Departamento de Matemáticas
Puras y Aplicadas
Enero-Marzo 2020

Nombre:
Carnet: Sección:

**MA2113–Matemáticas VI**
**2do. Examen Parcial (35 %)**

**1 (7 ptos)** *Resolver solo una de las sgtes. ecuaciones en variable compleja:*

*(a)* $e^{z+i\pi/2} = -1$ *(b)* $\operatorname{sen} z = 2i$ *(c)* $\cos(1+z) = i$

**2 (7 puntos)** *Usar series de Taylor para resolver solo uno de los sgtes. límites:*

*(a)* $\displaystyle\lim_{z\to 0} \frac{e^z - 1 - \operatorname{sen} z}{1-\cos z}$ *(b)* $\displaystyle\lim_{z\to i\pi} \frac{\operatorname{sen}(iz)}{1+e^z}$

*(c)* $\displaystyle\lim_{z\to 1} \frac{(z-1)^2}{(z^2-(1+i)z+i)(e^{z-1}-1)}$

**3 (7 ptos)** *Dadas solo una de las sgtes. funciones, hallar su desarrollo en serie de Laurent-Taylor en la región dada:*

*(a)* $f(z) = \dfrac{1}{(1-z)(3+z)}$ *en* $1 < |z| < 3$ *(Sugerencia: fracciones simples.)*

*(b)* $f(z) = z\, e^{1/(z-1)}$ *en* $|z-1| > 0$ *(Sugerencia:* $z = 1 + (z-1)$*)*

*(c)* $f(z) = \dfrac{\operatorname{lgn} z}{(1-z)^2}$ *en* $0 < |z-1| < 1$ *(Sugerencia:* $\operatorname{lgn} z = \operatorname{lgn}(1+(z-1))$*)*

**4 (9 ptos)** *Sea* $u : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ *definida por* $u(x,y) = \cosh(1+x)\operatorname{sen} y + 2xy$. *Hallar la conjugada armónica de* $u$*, esto es, la función* $v : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ *tal que* $f = u + iv$ *es analítica. Expresar finalmente* $f(x,y)$ *en términos de* $z$.

**5 (5 ptos)** *Sea* $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ *entera (es decir, analítica en todo* $\mathbb{C}$*). Demostrar que* $g(z) = f(\overline{z})$ **nunca** *es analítica, a menos que* $f$ *sea constante.*